

# 行列乗算カーネルの 性能評価

中里直人(会津大学)

# 概要

- アクセラレータによる行列乗算
  - GRAPE-DR
  - GPU
- Cypress GPUでの行列乗算
  - 単精度, 倍精度, 四倍精度
- 性能評価
- 関連研究
- 今後の予定

# アクセラレータによる数値計算

- アクセラレータとは？
  - parallel computers on a chip
  - 演算密度の高い計算に向いている
- データの利用頻度で問題を分類すると

利用頻度	アプリケーション	演算効率
$O(N^2)$ 以上	多重積分	100%
$O(N)$	N体問題	90%以上
$O(N^{0.5})$	行列乗算	60% (これまでの実績)
$O(\log N)$	ツリー法	1 - 2%
$O(1)$ 以下	流体計算	低い

# GEMMと行列乗算

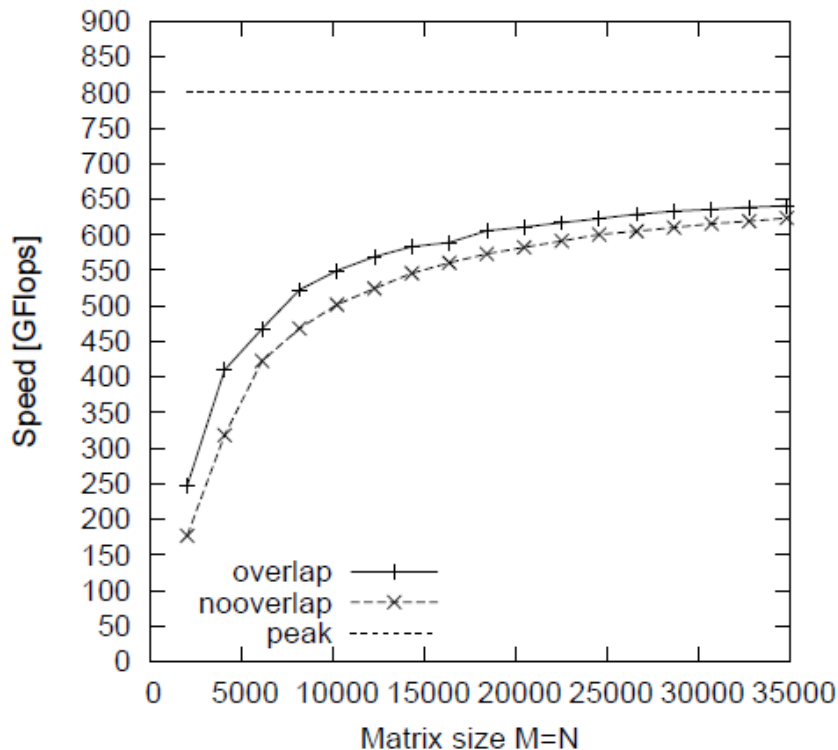
- GEMM (GEneral Matrix Multiply)

$$C \leftarrow \alpha AB + \beta C$$

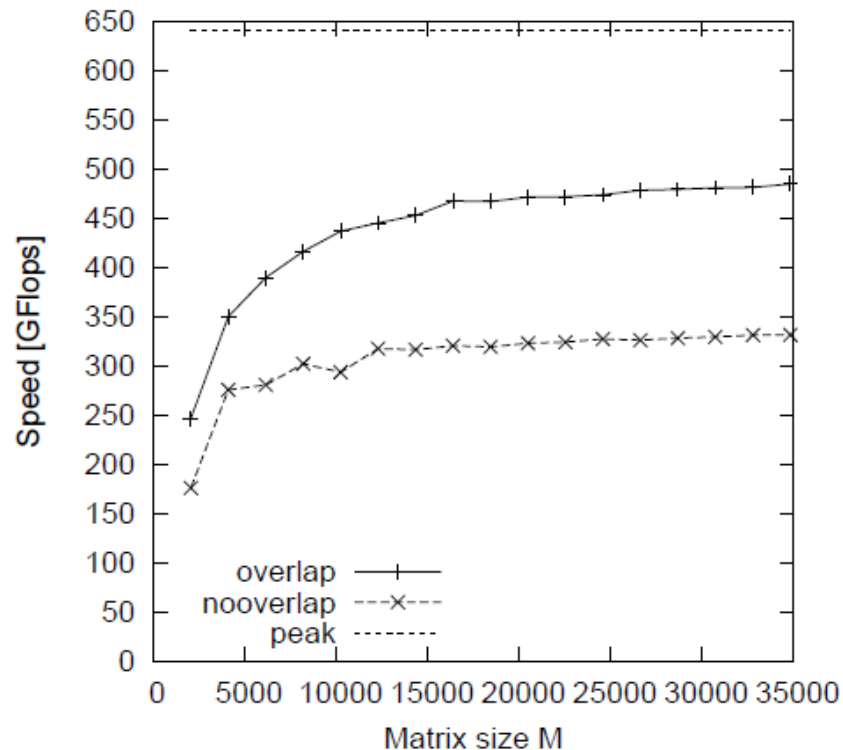
- $A, B$ の転置で4パターン
- $N^2$ の正方行列の時
  - 入力  $3N^2 + 2$  ワード
  - 出力  $N^2$  ワード
  - 演算  $2N^3 + 3N^2$  回
- $AB$ の行列乗算が速度を決める

# GRAPE-DRによるDGEMM性能

- 牧野, 小池 & 台坂 2008 - 2010



**M=N, K=2048, 640 Gflops**



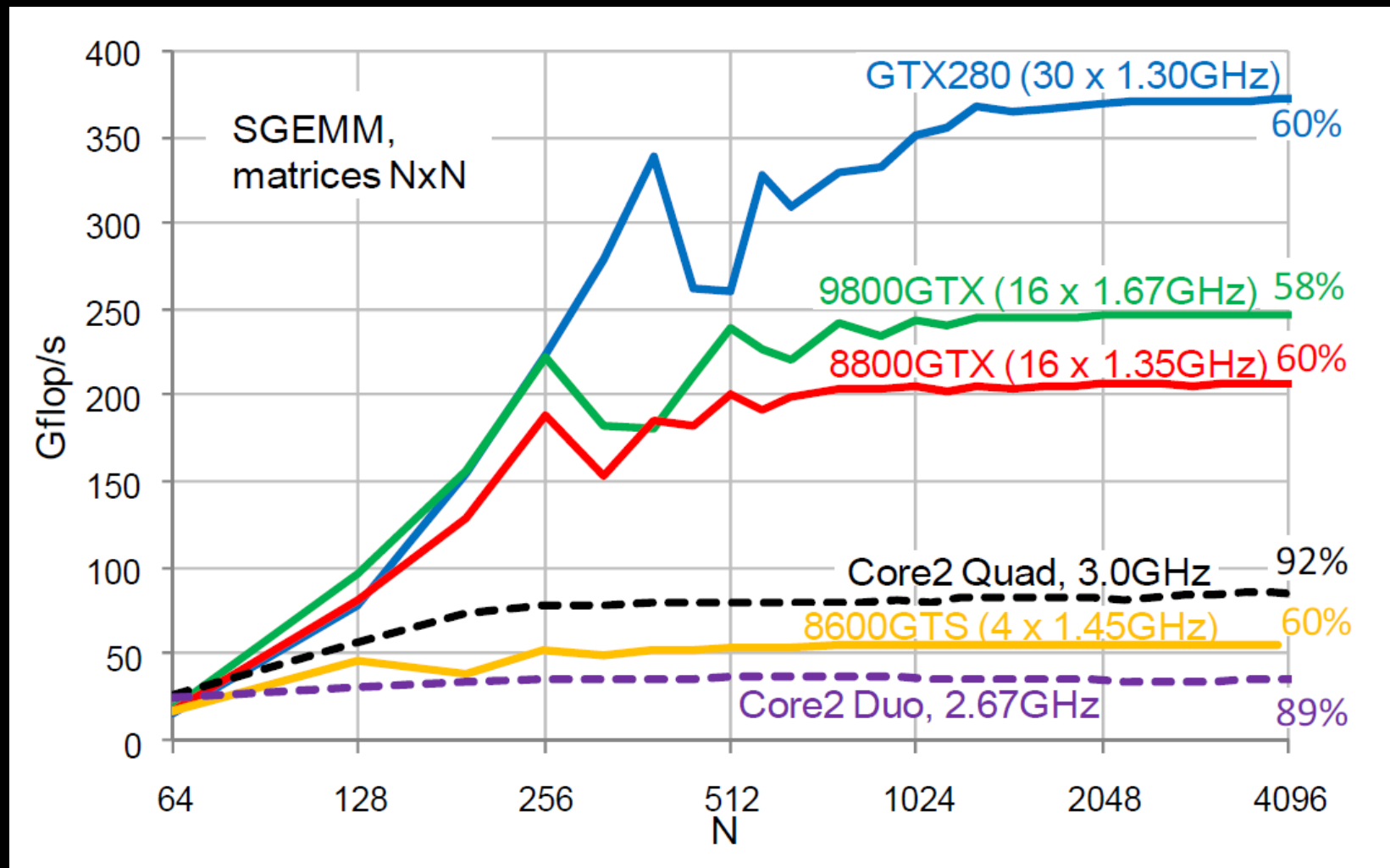
**N=K=2048, 450 Gflops**

**1ボード 4チップ**

牧野 秋季天文学会(2010)より

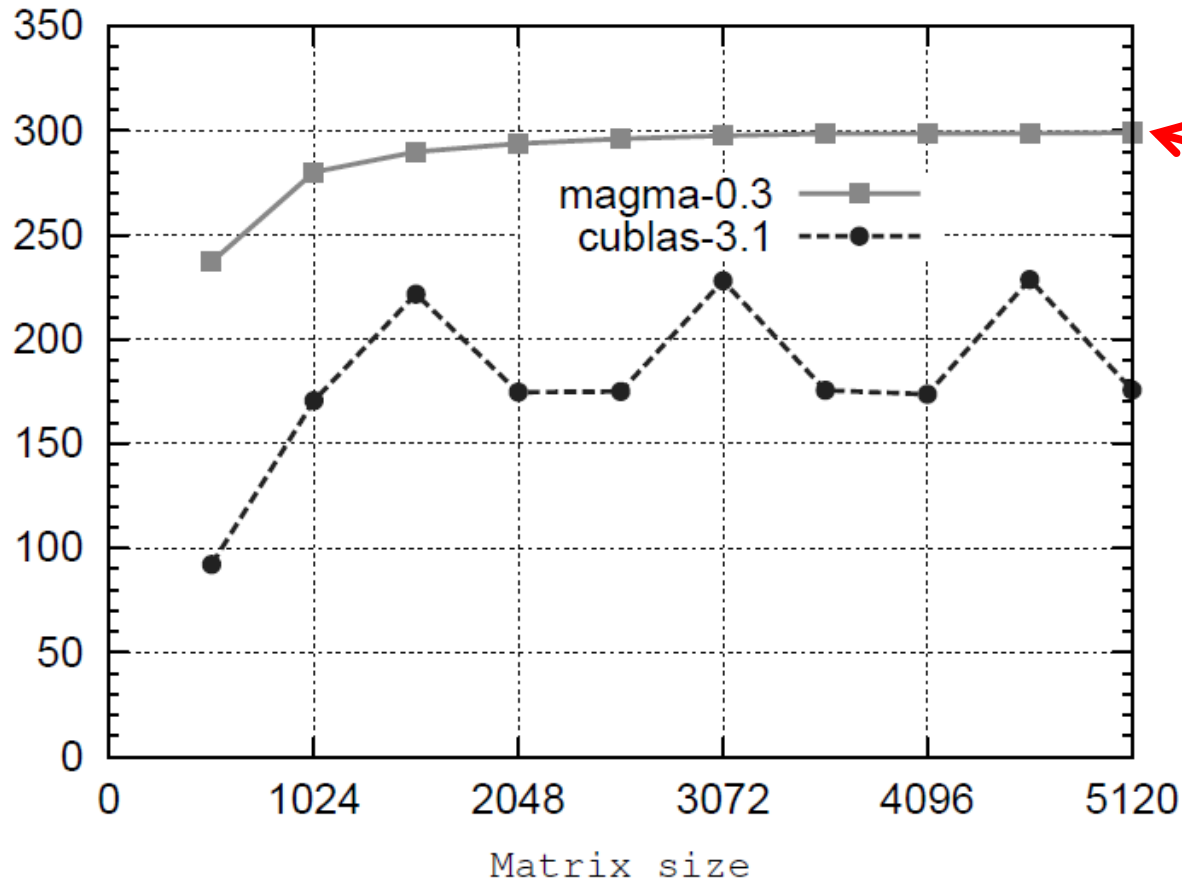
# GTX280などによるSGEMM性能

- Volkov & Demmel (2008)



# FermiによるDGEMM性能

- Nath, Tomov & Dongarra (2010)



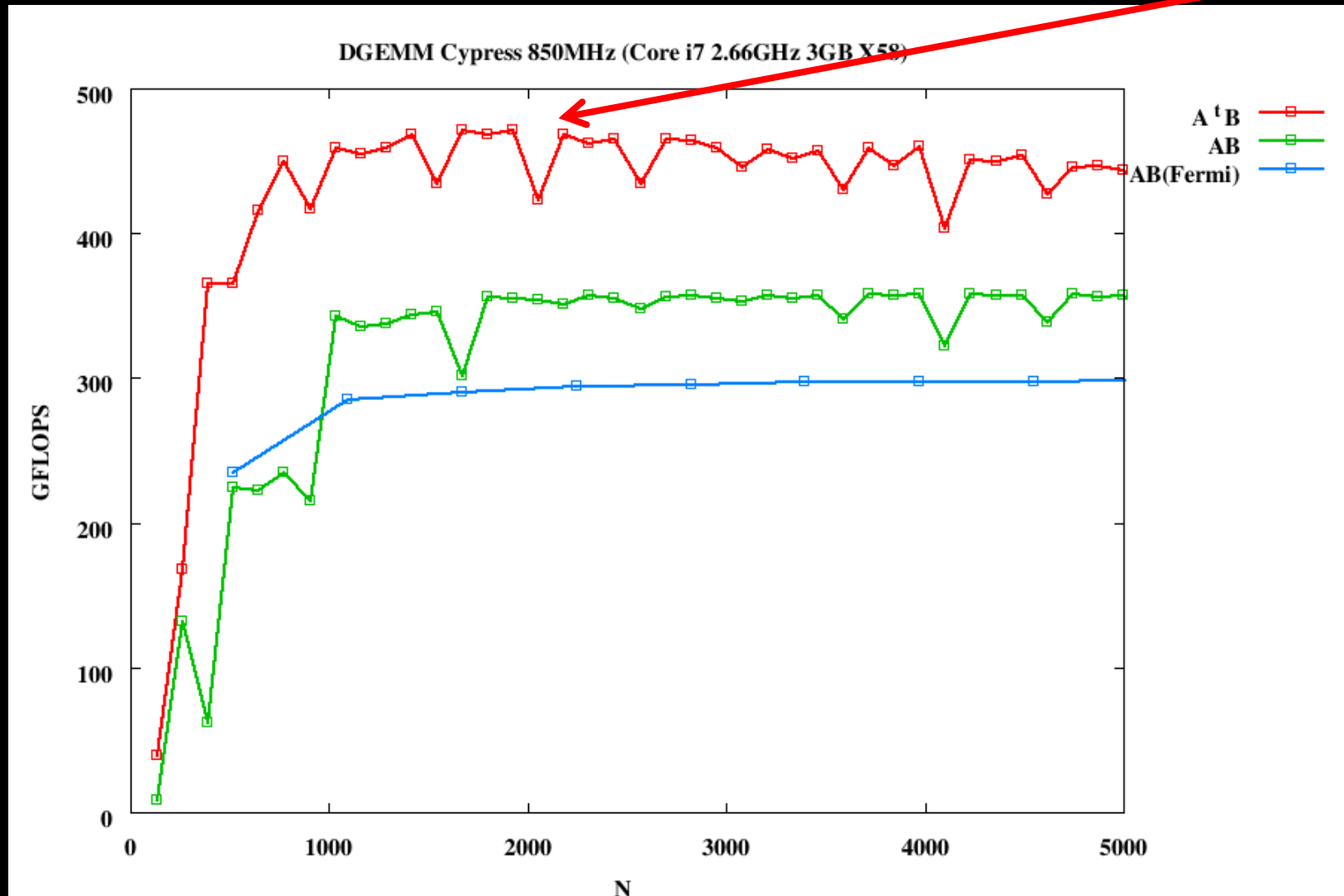
60%!

(a)  $C := \alpha AB + \beta C$

# CypressによるDGEMM性能

- Nakasato (2010)

87%







# Cypress vs. Fermi

- CypressとFermiは似たような**演算性能**

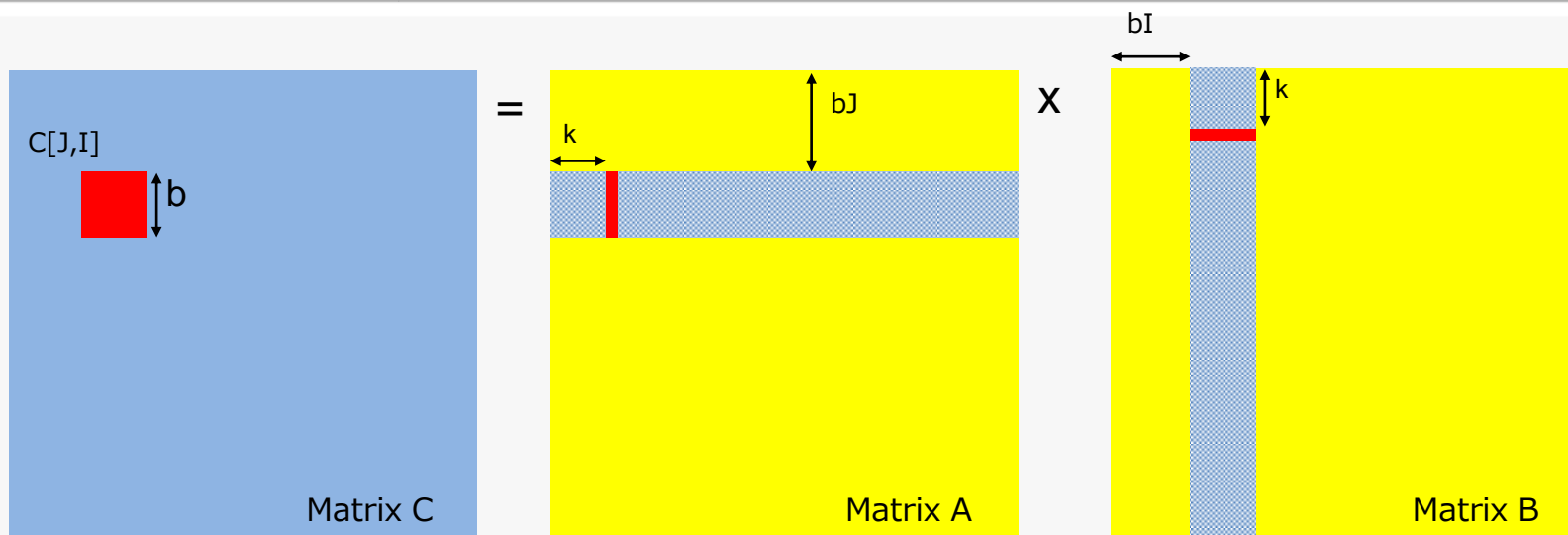
Architecture	Cypress	Fermi
Board Name	Radeon 5870	Tesla C2050
# of SP cores	1600	448
# of DP cores	320	224
# of vector cores	20	14
registers/core	256 KB	128 KB
tex. cache/core	8 KB	12 KB
shared mem./core	32 KB	64 KB
2nd cache	512 KB	768 KB
core clock(GHz)	0.85	1.15
SP peak(Tflop/s)	2.72	1.03
<u>DP peak(Gflop/s)</u>	<u>544</u>	<u>515</u>
memory clock(GHz)	1.2	0.75
memory bus	256	384
memory size(GB)	1	3
memory BW (GB/s)	153.6	144
tex. cache BW(GB/s)	54.5	

# Cypressのメモリシステム

- 特徴
  - レジスタが128bit
    - 単精度 4 ワード, 倍精度 1 ワード
  - Local Data Store/Global Data Store
    - 共有メモリ
  - L1/L2 cache
    - Read cacheだが高バンド幅

Memory type	Size/CU (KB)	Size/GPU (KB)	BW (TB/s)
register	256	5120	13
LDS	32	640	2.2
L1 cache	8	160	1.1
L2 cache	-	512	0.44
Global memory	-	1 GB	0.15

# GTX280とFermiのGEMM実装

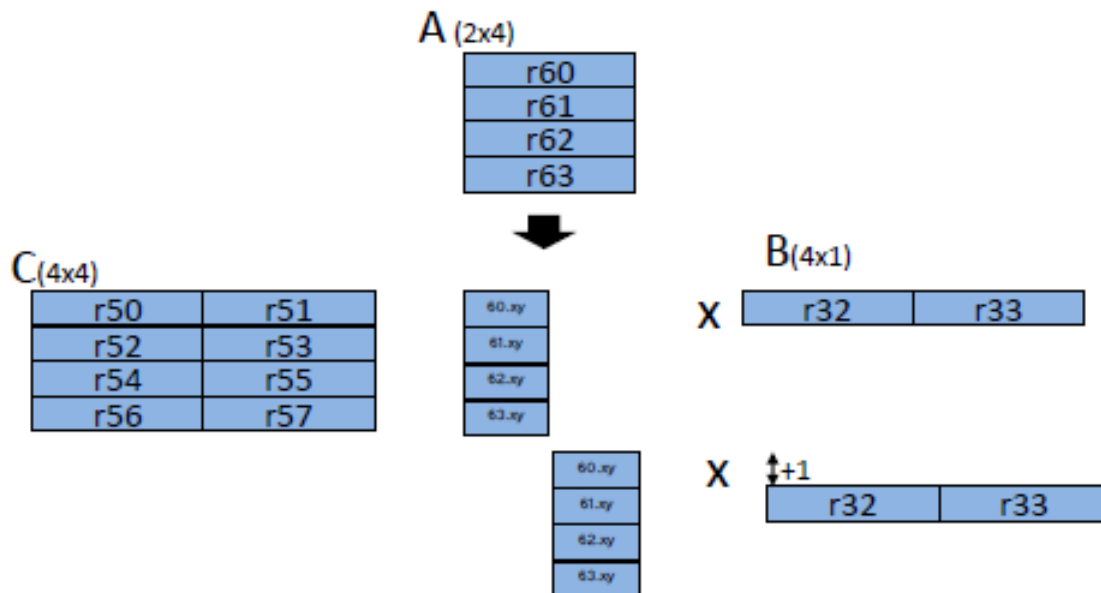
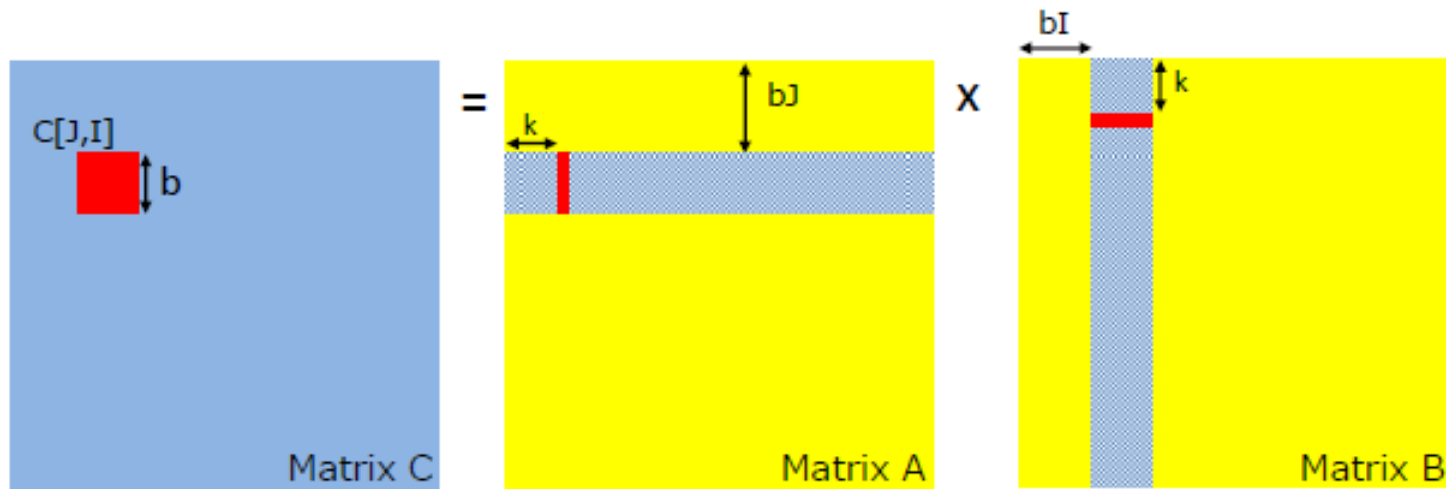


- Blocking & rank-1 update
- Volkov & Demmel (2008)
  - AとCをレジスタ, Bを共有メモリ
- Nath, Tomov & Dongarra (2010)
  - Cをレジスタ, AとBを共有メモリ

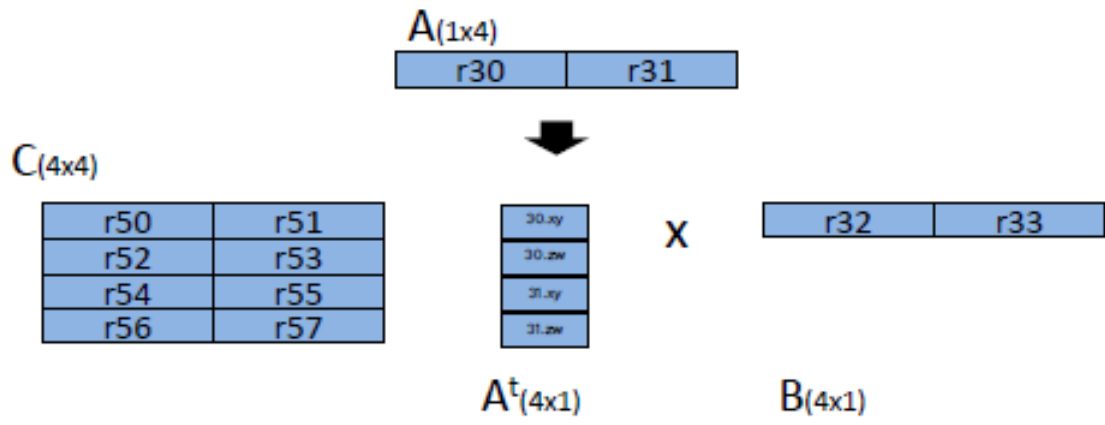
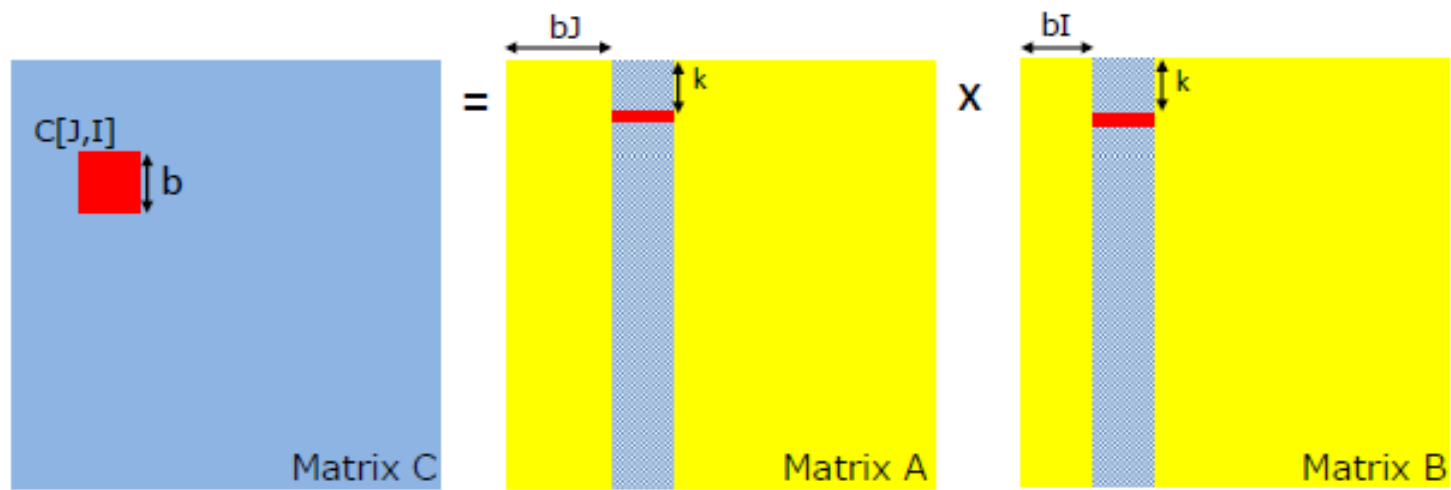
# CypressのGEMM実装

- Blocking & rank-1 update
  - レジスタで2ワード
  - 8x8 for SGEMM
    - 必要バンド幅 ~ 1.36 TB/s (キャッシュ速度より過大)
  - 4x4 for DGEMM
    - 必要バンド幅 ~ 1.088 TB/s (つりあう)
  - 2x2 for DDGEMM
- Cはレジスタ
- AとBはキャッシュ経由で読み出し
  - ハードウェアにより管理されるため容易
    - 共有メモリは「ソフトウェアキャッシュ」

# A B

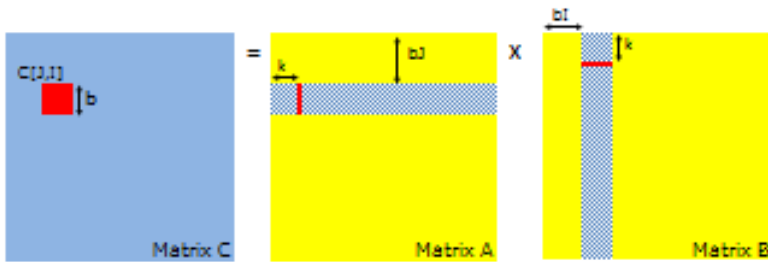


# $A^t B$

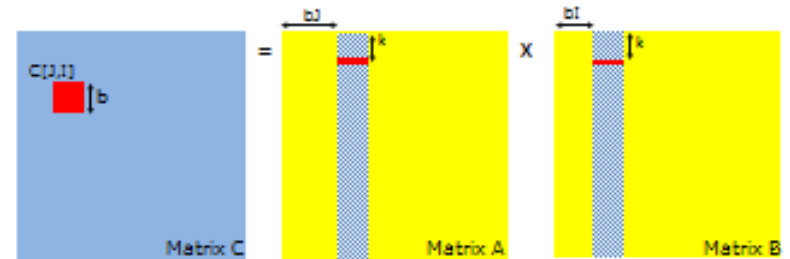


# 転置オプションによる違い

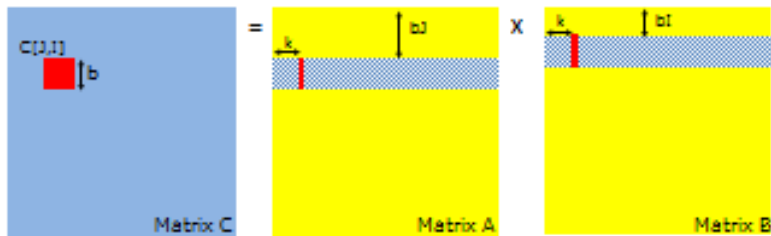
$A B$



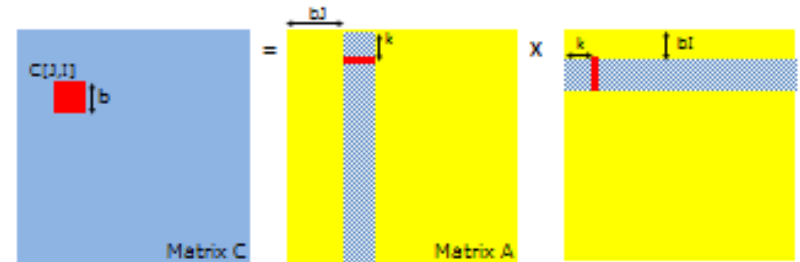
$A^t B$



$A B^t$



$A^t B^t$

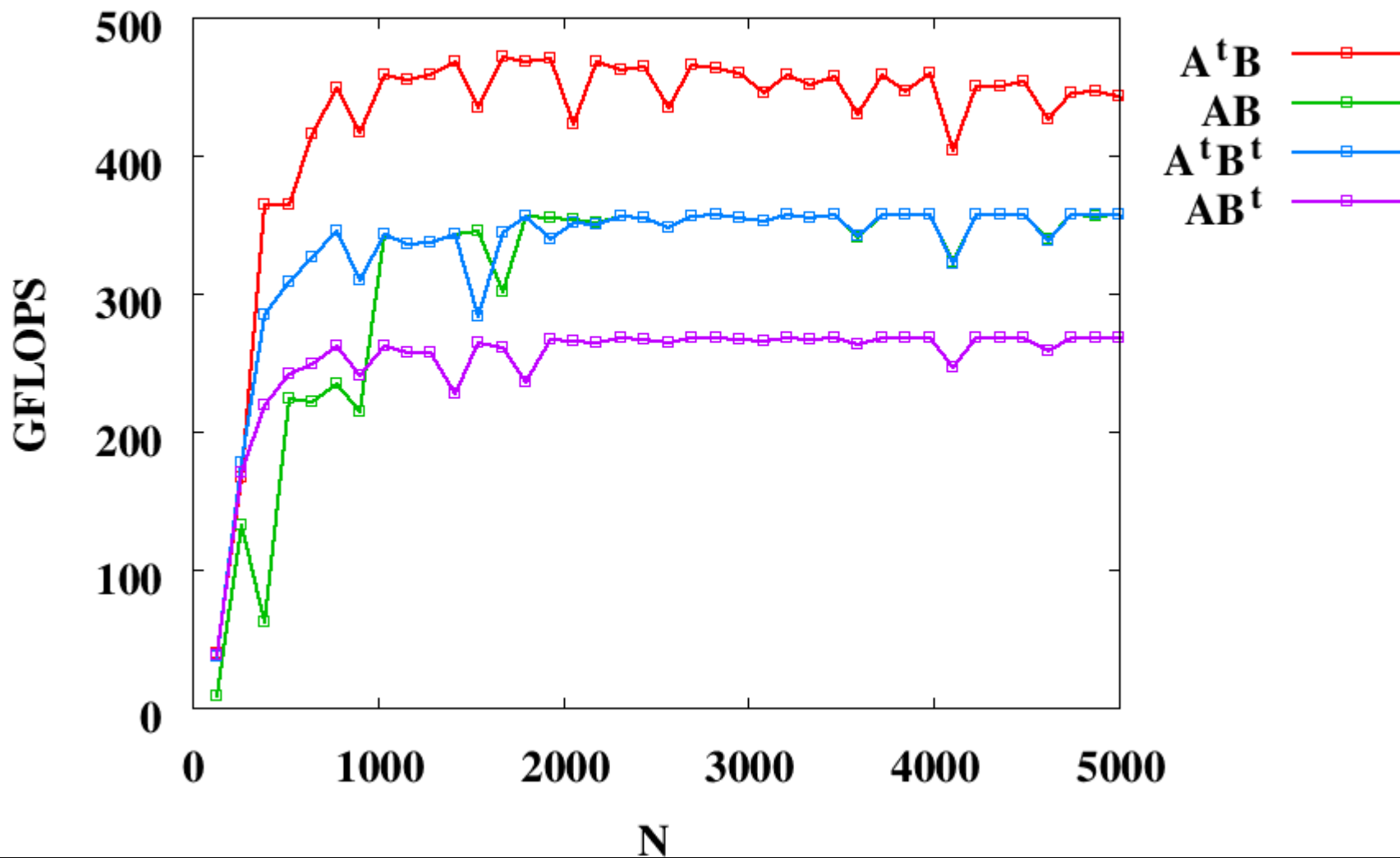


- そのまま実装すると、メモリアクセスパターンが異なるため、性能に差がでる



# CypressによるDGEMM性能

DGEMM Cypress 850MHz (Core i7 2.66GHz 3GB X58)

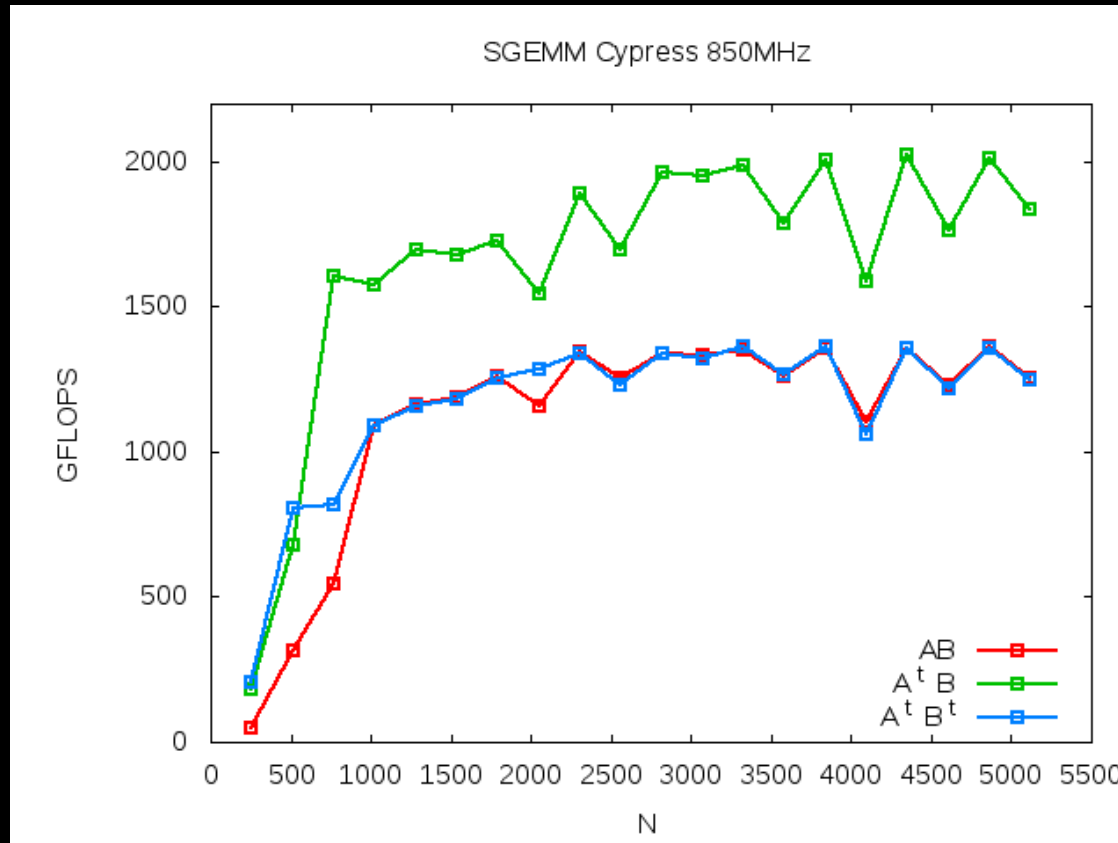


# 最適化のポイント

- キャッシュメモリの利用
  - Texture unit経由で読むだけ: 手間いらず
- 利用レジスタの数の削減
  - Offset load命令の利用
  - 最小限のアドレス計算
  - 少なくともDGEMMは有効
- ループアンローリング
  - SGEMMでは2段のアンローリング
- LDSの利用 (今回は未着手)
  - アドレス計算がネックになるのでは？

# SGEMMの性能評価

- Nakasato & Sakai (2010) work in progress



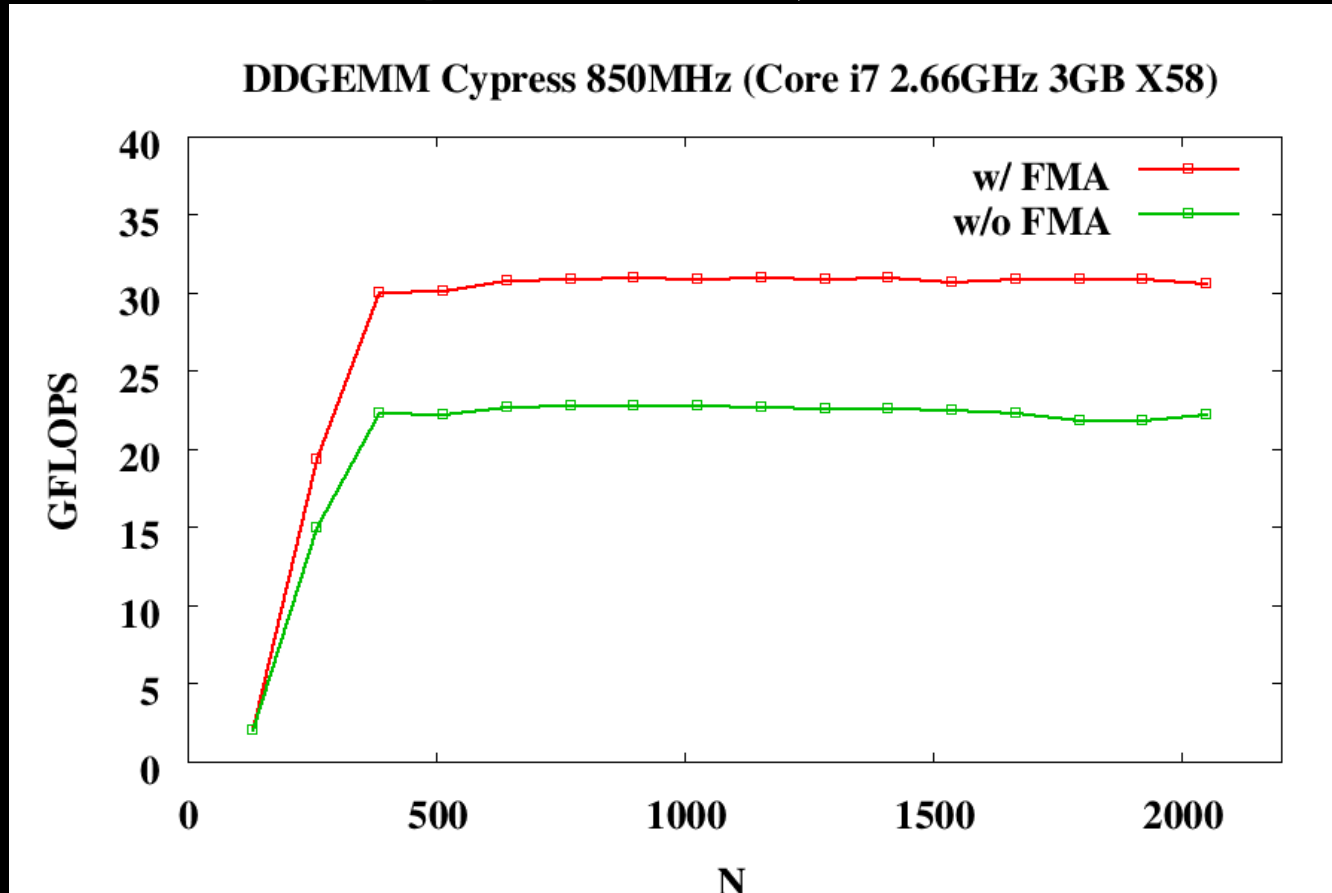
~73%

– Tesla C2050 : ~ 700 Gflop/s (~68%)

- Jacket 1.5 (<http://www.accelereyes.com/>)

# DDGEMMの性能評価

- FMAによる高速化が顕著

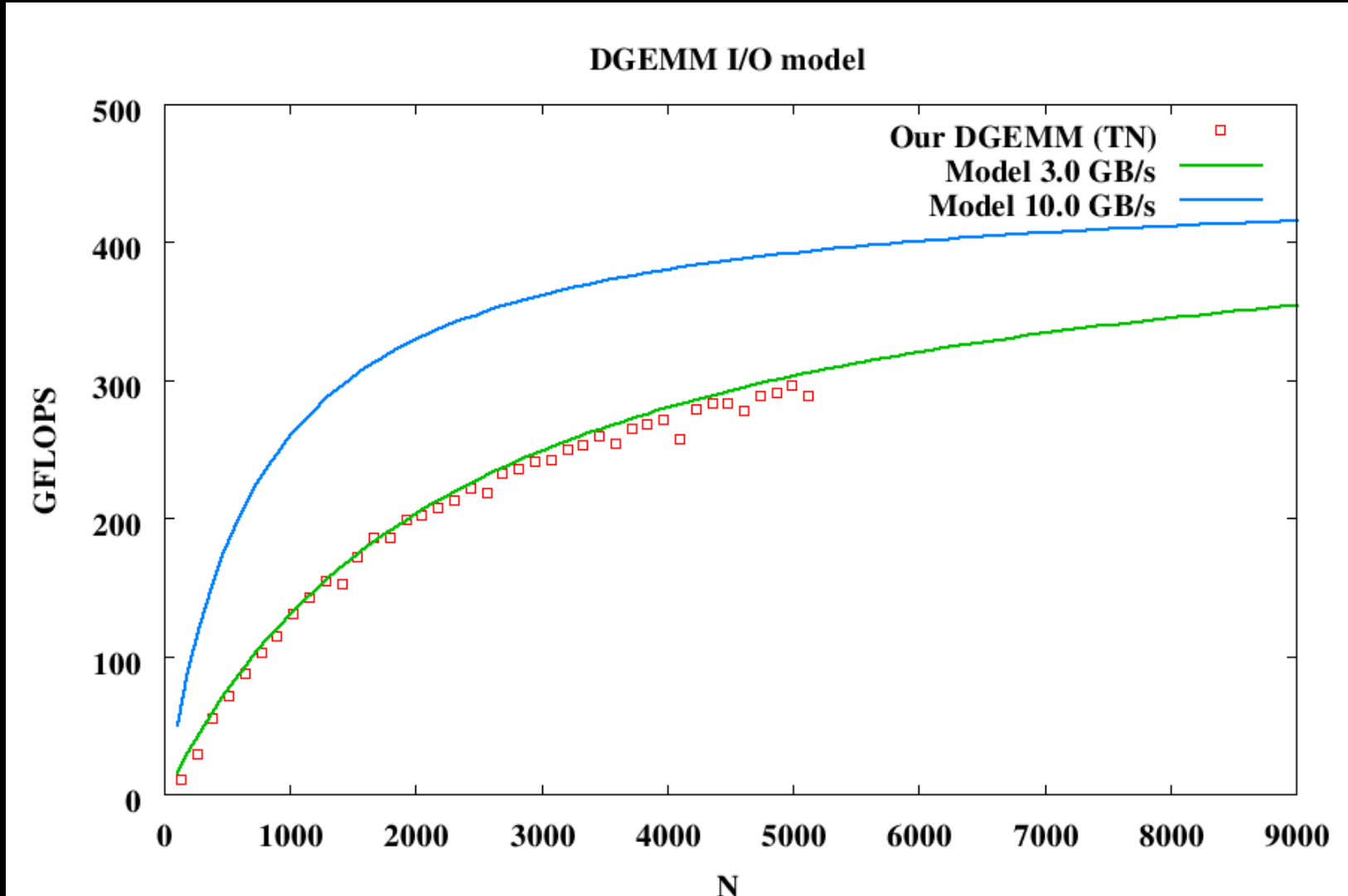


~86%

- CPU : 144 Mflop/s (中田 2010)
- GTX280 : 2.6 Gflop/s (椋木, 高橋 2009)

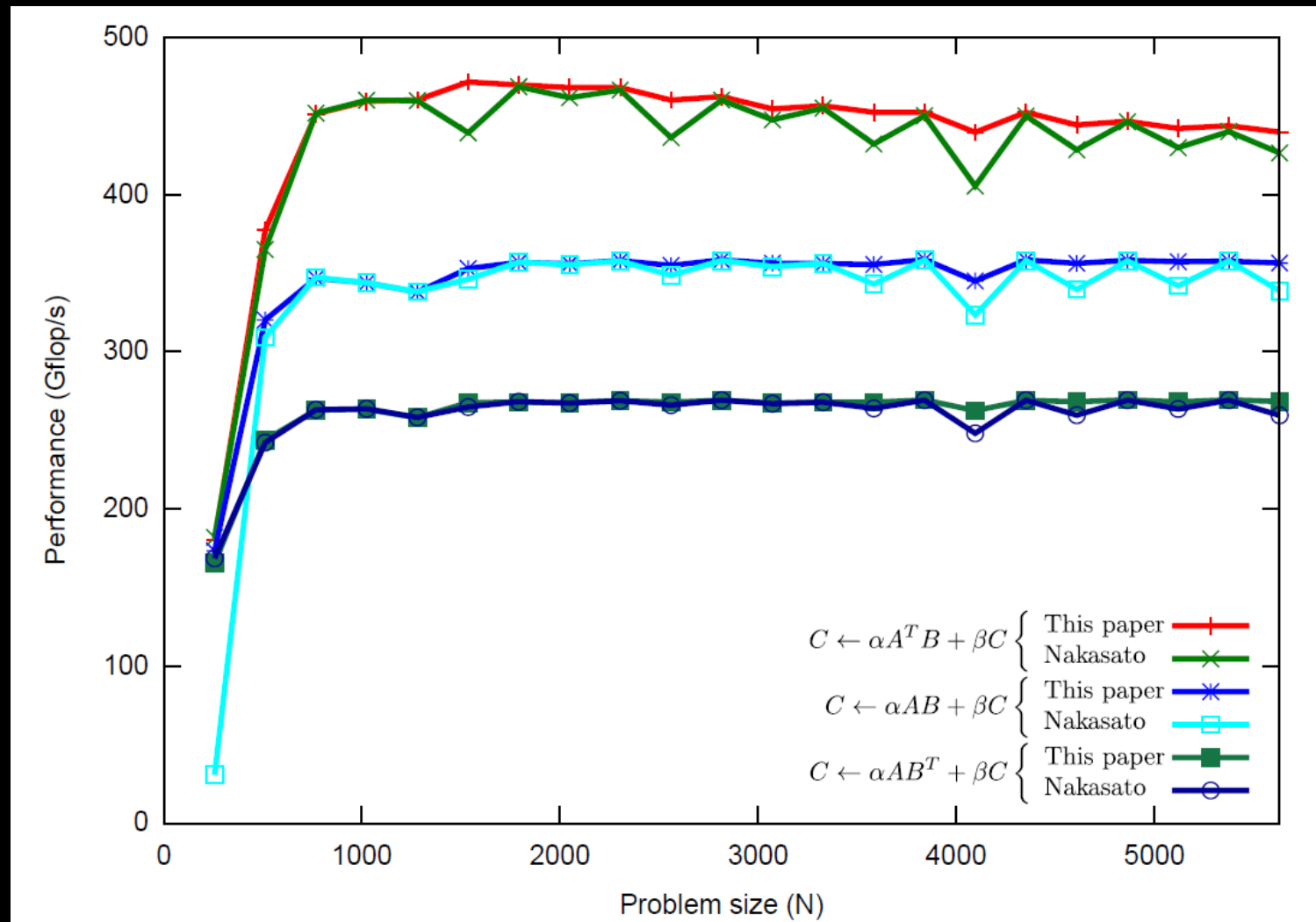
# CPUメモリとGPUメモリ転送のネック

- 実効転送速度は ~ 3GB/s



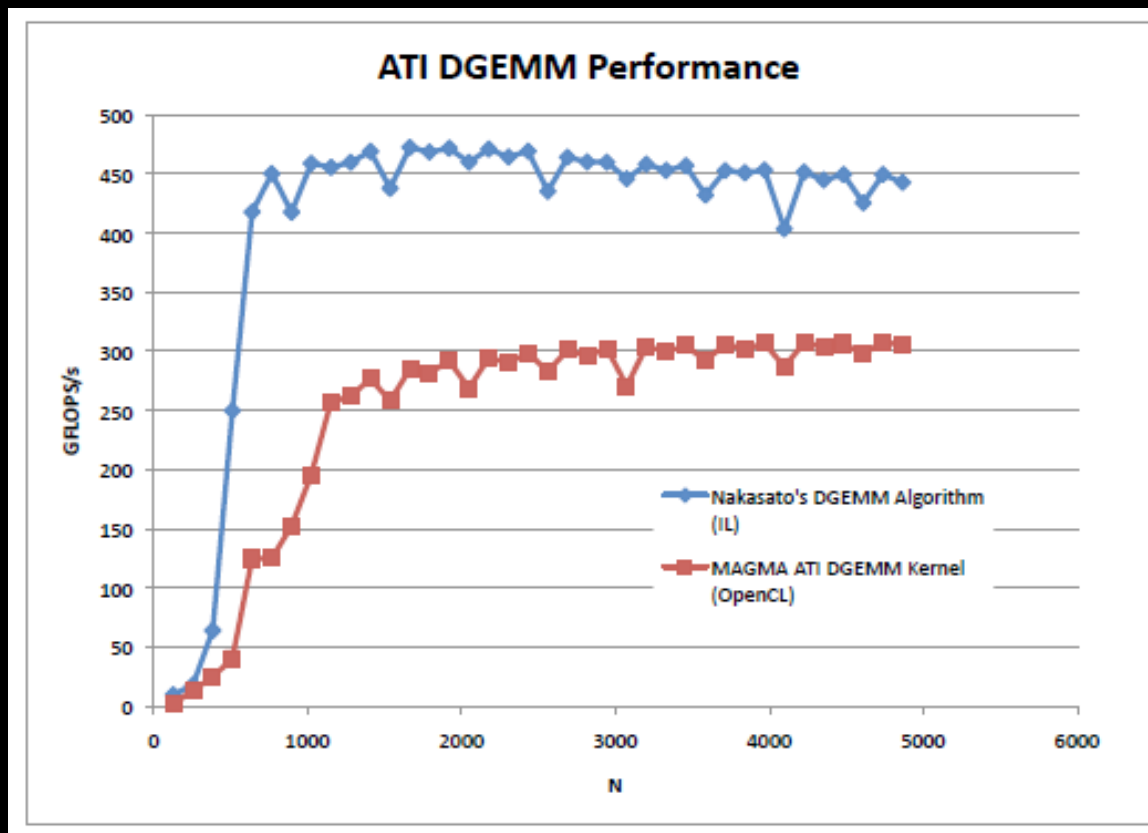
# DGEMM recent results

- Matsumoto, NN, Sakai, Sedukhin (2010)



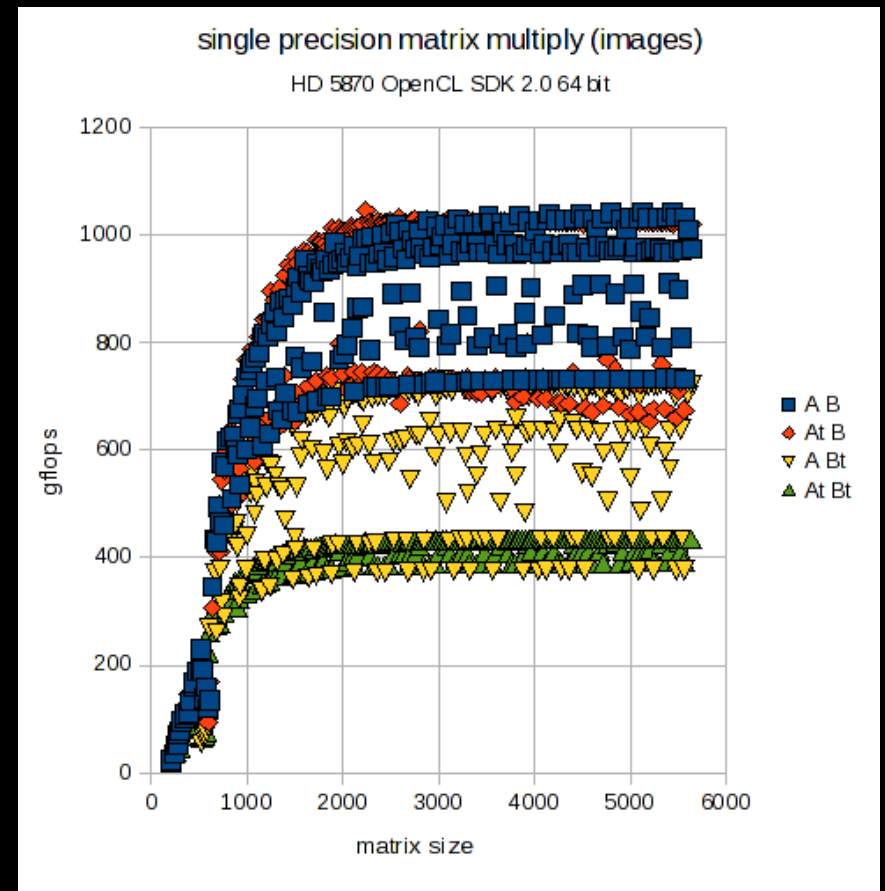
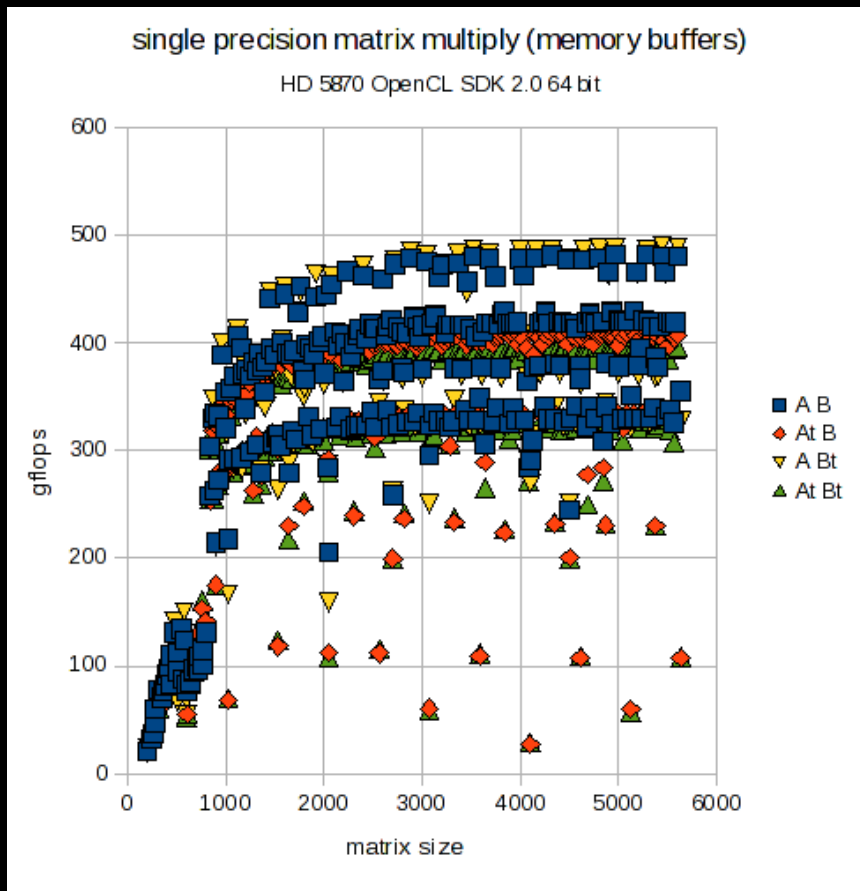
# 関連研究 (1)

- Du et al. (2010) (submitted to Parallel Computing)
  - OpenCLでの行列積実装の比較



# 関連研究 (2)

- Jang (2010) : <http://golem5.org/gatlas/>
  - **GATLAS GPU Automatically Tuned Linear Algebra Software**





# Future works

- **メモリアクセスの最適化**
  - Matsumoto, NN, Sakai, Sedukhin (2010)  
submitted IPDPS 2011
- **I/O Overlapの実装**
  - Work in progress by 松本さん & NN
- **転置カーネルとの併用**
  - Work in progress by 酒井さん & NN
- **LU分解などの実装**
  - 効率が非常に高いはず ~ 2.5 Gflop/s/W (GEMM)
    - Cf. ~ 0.5 Gflop/s/W (C2050)
    - ~ 0.82 Gflop/s/W (GRAPE-DR)

# まとめ

- Cypress GPUでGEMMを実装した
- L1 cacheに頼った実装
  - プログラミングが容易
- DGEMMカーネルは1 chipで世界最高速
  - 最大 470 Gflops/s : 効率 87%
  - 転置オプションに依存
  - **DGEMMのsample program**  
[http://github.com/dadeba/cypress\\_dgemm/](http://github.com/dadeba/cypress_dgemm/)
- DDGEMカーネル ~ 30 Gflop/s
- SGEMMカーネルは現在最適化中